

В.А. Ефимов, В.Н. Пшеничный

## **ФИЗИЧЕСКАЯ КИНЕТИКА ВЛАГООБОРОТА МЕЖДУ ПОЧВЕННОЙ ВЛАГОЙ И АТМОСФЕРОЙ**

Рассматривается математическая модель влагооборота между подстилающей поверхностью и атмосферой, разработанная на основах физической кинетики. Механизм испарения почвенной влаги рассматривается с учетом её транспирации биомассой основных сельхозкультур и моделируется посредством теоретических схем конвективной диффузии. Влагонакопление в почвенном слое моделируется совместно срежимом выпадения осадков из облачных систем.

В основе теретических схем физической кинетики облачных систем полагается то, что основные элементы облачных комплексов могут быть определены помимо координат их положения также скоростями токов вовлечения как в конвективные, так и в подинверсионные слоистые облака. Тем самым, облака параметризуются в 6-и мерном фазовом пространстве и описываются методами физической кинетики на основе уравнения Больцмана и более подробно с применением системы ВВГКУ – иерархии (Боголюбов, Борн, Грин, Кирквуд, Ивон). Почвенный влагозапас входит в эту систему в качестве его трансформации через влажные термики конвективной диффузии. Поэтому почвенно-атмосферный влагооборот параметризован единым ансамблем в виде термиков влажной конвекции с дополнением подинверсионных атмосферных облачных систем. Но, оставаясь в пределах описания конвективных атмосферных структур, можно динамику почвенных влагозапасов параметризовать в элементах атмосферной конвекции, когда в энергоёмкости термиков испарение и накопление почвенной влаги включаются в тот или иной механизм влажной конвекции, идущей от почвенного слоя.

### **Анализ последних исследований.**

Механизм влажной конвекции подробно изложен в работах [1-3]. Здесь рассмотрены основные уравнения физической модели влажной

конвекции и введены основные позиции описания атмосферных облачных структур и динамики влагопереносов между этими структурами. В теоретических положениях физической кинетики разработаны методы описания и предвычисления динамики объектов, которые могут быть уподоблены молекулярным комплексам в разреженном газе (в данном случае этими объектами будут облачные структуры и термики влажной конвекции). В виду многообразия физического содержания этих объектов, в основах физической кинетики разработана система уравнений, каждое из которых отвечает за описание динамики отдельного объекта. Совместное решение уравнений указанной системы, так называемой, ВВГКУ – иерархии позволяет получить взаимосвязанное решение для всех комплексов в целом.

**Целью статьи является** разработать единую модель влагооборота между почвенным слоем и атмосферой. Эта модель должна быть способна предвычислять почвенные влагозапасы для целей обеспечения агрометеорологических прогнозов надёжными предикторами состояния основных, влияющих на продуктивность сельскохозяйственных культур факторов.

### **Постановка задачи**

Введем, согласно [1-3], основные конструкции модели А. Аракавы, базирующейся на системе уравнений баланса массы, тепла и влаги для облака, которые выписываются при условии кумулятивности, переходящим в условие стационарности:

$$E - D - \frac{\partial M_c}{\partial z} = 0; \quad (1)$$

$$E\tilde{s} - Ds_c - \frac{\partial M_c s_c}{\partial z} + \rho Lc = 0; \quad (2)$$

$$E\tilde{q} - Dq_c - \frac{\partial M_c q_c}{\partial z} - \rho c = 0; \quad (3)$$

где  $E$  – втекание,

$D$  – вытекание,

$M_c = \sum_i \rho w_i \sigma_i = \rho w_c \sigma$  – вертикальный поток массы воздуха в

облаке ( $w$  – средняя по сечению вертикальная скорость в  $i$ -ом облаке,  $\sigma$  - площадь горизонтального сечения  $i$ -го облака);

$w_c, s_c = c_p T + gz, q_c$  – средневзвешенные значения вертикальной скорости, статической энергии и отношения смеси водяного пара;

$\tilde{s}, \tilde{q}$  – средние значения статической энергии и отношения смеси водяного пара в окружающем облако воздухе;

$\rho$  – плотность воздуха;

$c$  – количество сконденсировавшейся влаги.

Если  $e$  – количество испарившейся влаги,  $L$  – удельная теплота фазовых переходов, то уравнения притока тепла и влаги будут иметь вид:

$$\frac{\partial \overline{\rho s}}{\partial t} + \nabla \overline{\rho s} \overline{V}^\dagger + \frac{\partial (\overline{\rho w s})}{\partial z} = \rho L(c - e) + \frac{\partial (\overline{\rho w})' s'}{\partial z}; \quad (4)$$

$$\frac{\partial \overline{\rho q}}{\partial t} + \nabla \overline{\rho q} \overline{V}^\dagger + \frac{\partial \overline{\rho w q}}{\partial z} = \rho(c - e) + \frac{\partial (\overline{\rho w})' q'}{\partial z}. \quad (5)$$

В эти уравнения введена скорость ветра  $\overline{V}^\dagger$  и вертикальный ток  $W$ . В нашем случае обе эти величины определимы посредством уравнений движения, добавляемых к системе уравнений (4)-(5). Если уравнения (4), (5) выписываются для среды конвективного облака, тогда вертикальный ток в облаке должен быть сбалансирован с током вовлечения – сколько входит воздушной массы в облако, столько должно быть поднято вверх облака и затем осесть на его периферии. Естественно, что оседание происходит до уровня максимального вовлечения, иначе надо предположить концепцию замкнутого цикла вовлечения, т. е. через облако все время проходит одна и та же воздушная масса, что невозможно, т.к. гравитационное оседание влаги "высушило" бы полностью облако за два - три цикла такого влагооборота. Следовательно, нисходящие токи не должны достигать уровня максимального вовлечения, а уходить в горизонтальном направлении, создавая "облачный" ветер, вторгающийся в структуру ветров циклона. Далее, следуя общим теоретическим положениям, вводится, согласно [2], параметризация:

$$\begin{aligned} \overline{(\rho w)' s'} &= M_c (s_c - \tilde{s}); \\ \overline{(\rho w)' q'} &= M_c (q_c - \tilde{q}). \end{aligned} \quad (6)$$

Ясно, что вертикальный поток воздушной массы  $M_c$ , связанный с горизонтальными градиентами статической энергии и влагосодержания на боковой границе облака, целиком зависит от вертикальных токов. Градиенты  $(s_c - \tilde{s}), (q_c - \tilde{q})$  на боковой границе облаков можно фиксировать. Сам же вертикальный ток должен быть детерминировано связан с "облачным" ветром.

Тогда уравнения (4) - (5) будут:

$$\frac{\partial \overline{\rho s}}{\partial t} + \nabla \overline{\rho s} \overline{V} + \frac{\partial(\overline{\rho w s})}{\partial z} = \rho L(c - e) - \frac{\partial}{\partial z} [M_c (s_c - \tilde{s})]; \quad (7)$$

$$\frac{\partial \overline{\rho q}}{\partial t} + \nabla \overline{\rho q} \overline{V} + \frac{\partial(\overline{\rho w q})}{\partial z} = \rho(c - e) - \frac{\partial}{\partial z} [M_c (q_c - \tilde{q}) ] \quad (8)$$

Исключим из уравнений (7)-(8) член, содержащий количество сконденсировавшейся влаги  $c$  и перепишем уравнения (7) - (8) в виде:

$$\frac{\partial \overline{\rho s}}{\partial t} + \nabla \overline{\rho s} \overline{V} + \frac{\partial(\overline{\rho w s})}{\partial z} = -E\tilde{s} + Ds_c - Le + \frac{\partial M_c \tilde{s}}{\partial z}; \quad (9)$$

$$\frac{\partial \overline{\rho q}}{\partial t} + \nabla \overline{\rho q} \overline{V} + \frac{\partial(\overline{\rho w q})}{\partial z} = -E\tilde{q} + Dq_c - Le + \frac{\partial M_c \tilde{q}}{\partial z}; \quad (10)$$

Добавим уравнения движения:

$$\frac{\partial \overline{\rho u}}{\partial t} + \nabla \overline{\rho u} \overline{V} + \frac{\partial(\overline{\rho w u})}{\partial z} = -E\tilde{u} + Du_c - Le + \frac{\partial M_c \tilde{u}}{\partial z}; \quad (11)$$

$$\frac{\partial \overline{\rho v}}{\partial t} + \nabla \overline{\rho v} \overline{V} + \frac{\partial(\overline{\rho w v})}{\partial z} = -E\tilde{v} + Dv_c - Le + \frac{\partial M_c \tilde{v}}{\partial z}; \quad (12)$$

Эти уравнения записаны для "облачного" ветра, т.к. их правые части целиком определены мощностью втекания  $E\tilde{u}, E\tilde{v}$ , вытекания  $Du_c, Dv_c$ , энергозатратами на испарение  $Le$  в единицах  $(м \cdot сек)^{-2}$  и

вертикальным потоком массы на срезе боковой границы облака со скоростями вовлечения:  $\vec{u}, \vec{v}$ .

Исключим  $E$  из уравнений (9)-(10):

$$\frac{\partial \overline{\rho s}}{\partial t} + \nabla \overline{\rho s} \vec{V} + \frac{\partial (\overline{\rho w s})}{\partial z} = D(s_c - \tilde{s}) - \rho L e + M_c \frac{\partial \tilde{s}}{\partial z}; \quad (13)$$

$$\frac{\partial \overline{\rho q}}{\partial t} + \nabla \overline{\rho q} \vec{V} + \frac{\partial (\overline{\rho w q})}{\partial z} = D(q_c - \bar{q}) - \rho e + M_c \frac{\partial \tilde{q}}{\partial z}; \quad (14)$$

Пусть  $F_N(t, \vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_N; \vec{V}_1, \vec{V}_2, \dots, \vec{V}_N)$  есть функция распределения  $N$  облачных объектов в координатах, указанных радиус-векторами  $\vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_N$  и с приписанными в 6-мерном фазовом пространстве координатами скоростей вовлечения:  $\vec{V}_1, \vec{V}_2, \dots, \vec{V}_N$ .

Тогда уравнения относительно функций распределения облаков разного генезиса и для термиков влажной и сухой конвекции для  $s$ -частичной функции распределения, согласно [4], будут:

$$\frac{\partial F_s}{\partial t} + \sum_{i=1}^s \left| \vec{V}_i \right| \frac{\partial F_s}{\partial \vec{x}_i} + \sum_{i,j} \frac{\overline{X_{ij}}}{m} \frac{\partial F_s}{\partial \vec{V}_i} = - \sum_{i=1}^s (N-s) \frac{\partial}{\partial \vec{V}_i} \int \frac{\overline{X_{i,s+1}}}{m} F_{s+1} dz_{s+1}, \quad (15)$$

где  $z_i = (\vec{x}_i, \vec{V}_i)$ ,  $\overline{X}_i$  – комплекс сил, воздействующих на динамику облаков или термиком  $s$ -го сорта;  $m$  – масса облаков  $s$ -го сорта в полном наборе из  $N$  объектов. В уравнении (15), в отличие от уравнений, изложенных в [4], производные берутся по векторам, согласно методам тензорного анализа. Система (15) разбивается на отдельные уравнения:  $s=1-4$  – конвективные облака атмосферных фронтов и внутри массовой конвекции, различаемые по энергоёмкости конвекции и влагонасыщению;  $s=2-3$  – слоистые подинверсионные облака и слоисто- дождевые облака;  $s=5-6$  – конвективные термики;  $s=7-8$  – термики влажной конвекции, связанные с влагосодержанием почвенного слоя. Совместное решение системы уравнений (9) – (12), (15), причём уравнения (9)-(12) служат для

задания величин  $\vec{V}, \frac{\overline{X_{i,j}}}{m}$  в системе (15), позволяет рассчитать подробные характеристики влагоборота между атмосферой и

подстилающей поверхностью. Метод решения указанной системы базируется на явных стандартных схемах численного интегрирования во времени системы уравнений в частных производных.

Для конкретизации связности уравнений системы (15) введём  $\eta$  - функцию, характеризующую кумулятивный эффект втекания, т.к. сам эффект втекания происходит за время значительно меньшее, чем успевают сформироваться существенные изменения в горизонтально ориентированном процессе. Пусть  $z$  – высота над уровнем основания облака;  $m$  – масса воздуха. Обозначим поток массы  $m_B$  и высоту до оснований облаков  $z_B$  через  $\lambda$ . Когда втекание отсутствует,  $\lambda$  равняется нулю.

$$\text{В соответствии с [1] – [3],: } \frac{d\eta}{dz} = \lambda\eta;$$

$$\text{и } \frac{d\eta}{\eta} = \lambda dz; \ln \eta = \int \lambda(z) dz + C;$$

$$\eta = Ce^{\int \lambda(z) dz}.$$

При различных  $\lambda$  величина  $\eta$  растёт по разному и на уровне ( $z_D$  - верхняя граница облака) величина  $\lambda$  опять обращается в нуль, т.е.  $\lambda$  отнюдь не константа, а полностью определяет величину  $\eta$  по всему интервалу  $(z_D - z_B)$  и на некотором уровне  $z$  в пределах этого интервала величина  $\eta$  достигает максимума. Величины  $\lambda$  и  $z_D$  подлежат определению с помощью системы (9)-(12). Тогда основным критерием взаимосвязности уравнений в системе (15) будет параметр  $\lambda$ .

Система (15) связывает облачные структуры относительно близкие по генезису, [5]. Например, дождевые конвективные облака через систему уравнений (15) в одном из уравнений увязываются со слоисто-дождевыми облаками. Связь уравнений системы (15) производится либо по уменьшению величины  $\lambda$ , либо по величине влагозапасов упомянутых объектов. Выбор основного критерия связности уравнений системы (15) определится из серии численных экспериментов.

## **Выводы и перспектива дальнейших исследований**

Возможность увязать в единой системе уравнений элементы влагооборота между атмосферными объектами и почвенными влагозапасами здесь предложена впервые. Перспективная возможность предвычисления с достаточно большой заблаговременностью почвенных влагозапасов позволяет определить наиболее надежные предикторы для составления прогноза урожайности основных культур. Ввиду того, что до настоящего времени не существует подробных моделей испарения в природной среде, предложенная здесь концепция конвективной диффузии влаги является одним из средств ввести механизмы испарения в общую систему уравнений динамики атмосферы и, тем самым, приблизиться к получению общей системы уравнений влагооборота.

\* \*

*Розглядається математична модель вологообміну між підстильною поверхнею і атмосферою, розроблена на основах фізичної кінетики. Механізм випаровування ґрунтової вологи розглядається зі врахуванням її транспірації біомасою основних сільгоспкультур і моделюється за допомогою теоретичних схем конвективної дифузії. Вологонакопичення у ґрунтовому шарі моделюється спільно з режимом випадіння опадів з хмарних систем.*

\* \*

1. Теоретические основы прогноза погоды на средние сроки. Сборник переводных статей. – Л.: Гидрометеиздат, 1979. – 138 с.
2. Arakava A. Parameterization of cumulus convection. – Proc. WMO / ICISLU Symp. Num. Wea. Pred., Tokyo, 26 Nov.-4 Dec 1968, Japan Met Agenc. – 1969. – P. 1-6.
3. Arakava A., Schubert W.H. Interaction of cumulus cloud ensemble with the large-scale environment. P.I.-J. Atm. Sci., 1974, vol 31, № 3, – P. 674-701.
4. Коган М.Н. Динамика разреженного газа. - М.: Наука, ФИЗМАТГИЗ, 1967. – 440 с..
5. Пірнач Г.М., Заболоцька Т.М., Підгурська В.М., Шпиталь Т.М. Чисельні та експериментальні дослідження фронтальних хмарних систем, які зумовили небезпечні явища в Україні // Наук. праці УкрНДГМІ. – Вип.250. – К. – 2002. - С. 42-60.